

## INDICES DE DENSIDAD DE LAS MASAS FORESTALES

F. BRAVO<sup>1</sup>, G. MONTERO<sup>2</sup> Y MIREN DEL RIO<sup>2</sup>

### RESUMEN

Se presenta una revisión crítica de la bibliografía forestal sobre los principales índices de densidad y modificaciones de ellos. El índice de densidad del rodal o índice de Reineke se ha aplicado en numerosas especies, encontrándose variaciones en la expresión según especie, altura, edad y calidad de estación. La validez para las especies forestales de la ley de autoclareo dada por Yoda, o ley de los 3/2, es cuestionada en diversos trabajos, concluyendo que dicha ley no es cierta ya que la pendiente de la curva varía con la tolerancia de la especie y la edad de la masa. Se incluye el índice de espaciamento o índice de Hart-Becking, poco estudiado en otros países, pero frecuentemente utilizado en las tablas de producción españolas. Por último, se desarrollan las relaciones entre las tres expresiones estudiadas.

**Palabras clave:** Índices de densidad. Recta de Reineke. Ley de autoclareo. Índice de Hart-Berking.

### INTRODUCCION

La regulación de la densidad de las masas forestales es una de las claves de la silvicultura. A través de las claras y claros el selvicultor concentra la capacidad productiva de la estación en unos pocos árboles de modo que se optimicen los beneficios, económicos o no, que se obtienen de los bosques. Las normas de densidad son la guía que necesita el selvicultor para realizar esta tarea. OSWALD (1981), citando a BOURGENOT (1970), define norma de densidad como «una guía a seguir para que una masa forestal, a partir de numerosas semillas, llegue a la edad del turno con un pequeño número de árboles que concentren toda la producción».

Como medida del espacio disponible para los árboles en pie se han desarrollado los llamados índices de densidad e índices de competencia. La diferencia entre ambos grupos es de nivel de detalle, pues mientras los índices de densidad se refieren al nivel del rodal, los de la competencia lo hacen al nivel del árbol individual. Idealmente ambos grupos de índices determinan el grado de

espacio disponible independientemente de la edad o de la calidad de la estación, permitiendo la comparación de densidades de masas de diferentes calidades y edades. Las relaciones estructurales entre las variables dasométricas tienen un mayor rango de aplicación y son más consistentes que las relaciones que incluyen la edad como variable independiente (ZEIDE & ZAKRZEWSKI, 1992).

Muchos índices de densidad se basan en la comparación de la masa con otras de referencia, normalmente de máxima competencia o de «no» competencia, llamada masa normal (CURTIS, 1970). Un ejemplo de clasificación de los índices de densidad es la dada por WEST (1983) que los divide en cuatro grupos basados respectivamente en 1) el área basimétrica, 2) otras medidas basadas en la suma de diámetros, 3) medidas basadas en la suma de volúmenes, individuales y 4) medidas basadas en la suma de las alturas. De acuerdo con CURTIS (1970) y LONG (1985) los índices más efectivos son aquéllos que combinan una expresión del tamaño del árbol (diámetro, altura, biomasa o volumen) y el número de pies. El objetivo de este trabajo es presentar una revisión crítica de la bibliografía forestal sobre las principales aplicaciones dentro de este último grupo que son los índices de Hart-Becking, el de Reineke y la ley de autoclareo.

<sup>1</sup> Depto. de Producción Vegetal y Silvopascicultura. Universidad de Valladolid. Avda. de Madrid, 57. 34004 Palencia.

<sup>2</sup> Area de Silvicultura y Mejora Forestal. CIFOR-INIA. Apdo. 8011 MADRID 28080.

## INDICES DE DENSIDAD O ESPACIAMIENTO

### Índice de densidad del rodal

El índice de densidad del rodal o SDI (acrónimo de Stand Density Index) es atribuido por BRE-DENKAMP y BURKHART (1990) a FROTHINGHAM (1914) pero es conocido como índice de Reineke a partir de los trabajos de este autor sobre varias especies norteamericanas (REINEKE, 1933). Este índice se obtiene a partir de una relación alométrica que representa la evolución del número de pies por hectáreas como función del diámetro medio cuadrático:

$$[1] N = \beta_0 \times D^{\beta_1}$$

donde,  $N$  es el número de pies por ha,  $D$  es el diámetro medio cuadrático y  $\beta_0$  y  $\beta_1$  son parámetros.

REINEKE (1933) trabajando con datos procedentes de rodales que ocupaban totalmente la estación (*fully stocked stands*) encontró una relación lineal sobre una escala logarítmica:

$$[2] \text{Log}N = \text{Log}\beta_0 + \beta_1 \times \text{Log}D$$

La pendiente de esta recta resultó ser igual a -1,605 (calculada como la media de 12 de las 14 especies con las que trabajaba Reineke) mientras que el término independiente variaba con la especie. Reineke definió el SDI basándose en un diámetro de referencia de 10 pulgadas (25,4 cm) que habitualmente es sustituido, al utilizar el Sistema Internacional de Unidades, por 25 cm. De este modo el índice se expresa como el número de pies de diámetro igual al de referencia equivalentes a los árboles presentes en un rodal de diámetro medio cuadrático determinado. Así, por definición:

$$SDI = \beta_0 \times 25^{\beta_1}$$

y como a partir de [1] sabemos que,

$$\beta_0 = N \times D^{-\beta_1}$$

obtenemos la siguiente expresión:

$$[3] SDI = N \left( \frac{D_0}{D} \right)^{\beta_1}$$

donde  $SDI$  es el índice de densidad del rodal o índice de Reineke,  $N$  es el número de pies por ha del rodal,  $D$  es el diámetro medio cuadrático del rodal,  $D_0$  es el diámetro de referencia, 25 cm o 10 pulgadas,  $\beta_1$  es la pendiente de la recta de Reineke [2].

El índice [3] y el modelo alométrico que lo origina [1] han sido objeto de controversia y puntualizaciones. La tasa de autoclareo se define como la primera derivada de la expresión [1], así para los rodales que ocupan totalmente la estación la tasa será igual a la expresión [4].

$$[4] \frac{d\text{Log}N}{d\text{Log}D} = \beta_1$$

Se ha comprobado que la pendiente de la recta de Reineke no es constante sino que varía con la especie, siendo menor para las especies más tolerantes (ZEIDE, 1987), e incluso con la altura de la masa (ZEIDE, 1995). Para un amplio rango de especies  $\beta_1$  oscila entre -1,2 y -2,8. La recta de Reineke se mantiene invariante con la altura si en lugar del diámetro medio cuadrático de la masa se utiliza el diámetro medio del fuste en la base de la copa (ZEIDE, 1995). Asumiendo que el diámetro en la base de la copa se relaciona alométricamente con el diámetro normal, y que la altura media de la copa es proporcional a la altura media total se obtiene:

$$[5] \text{Log}N = \beta_0 - \beta_1 \times \text{Log}D + \beta_2 \times H \times \text{Log}D$$

donde todos los símbolos son conocidos excepto  $H$  que es la altura media en m.

BREDENKAMP y BURKHART (1990) estudiando masas de *Eucalyptus grandis* (Hill) Maiden en Sudáfrica observaron que los coeficientes de la recta de Reineke [2] varían con la edad obteniendo las siguientes relaciones:

$$[6] \begin{aligned} \beta_0 &= 9.744 - 0.033 \times t \\ \beta_1 &= -2.163 - 6.197 \times t^{-1} \end{aligned}$$

donde,  $t$  es la edad de la masa en años.

Por tanto la recta de Reineke [2] se transforma en:

$$[7] \text{Log}N = \beta_{00} + \beta_{01} \times t + (\beta_{10} + \beta_{11} + t^1) \times \text{Log}D$$

El índice de sitio también modifica los parámetros de la recta de Reineke. HYNYNEN (1993) estudió el efecto de la calidad de la estación, sobre los citados parámetros, introduciendo el índice de sitio (SI) tanto en la pendiente como en el término independiente [8], coincidiendo con los resultados de ZEIDE (1985) que indica que la pendiente de la línea de Reineke puede interpretarse como una medida de la tolerancia de las especies forestales; sin embargo HYNYNEN (1993) no detecta influencia del SI sobre la pendiente, mientras que sí influye sobre el término independiente en el caso de masas de *Pinus sylvestris* y *Picea abies* aunque no en el caso de los abedulares (*Betula pendula* y *Betula pubescens*). Además se debe tener en cuenta que el SI de una masa no es constante sino que evoluciona con el tiempo, tal y como lo describen, entre otros, FALKENGREN-GRERUP & ERIKSSON (1990) para el caso de los hayedos y robledales del sur de Suecia o MONTERO *et al* (1986) para pinares españoles.

$$[8] \text{Log}N = \beta_0 + \beta_1 \times \text{Log}SI + (\beta_2 + \beta_3 \times \text{Log}SI) \times \text{Log}D$$

En resumen la línea de Reineke varía con la especie, según el postulado inicial, y en algunas especies se ha comprobado que la pendiente varía con la altura (ZEIDE 1995) y con la edad (BREDENKAMP & BURKHART, 1990) mientras que el término independiente lo hace con la calidad de la estación (HYNYNEN, 1993).

Tanto en la expresión original [1] como en la mayoría de sus sucesivas extensiones está subyacente el concepto de rodal que ocupa totalmente la estación. Aunque ZEIDE (1995) utiliza las tablas de producción para validar su modelo, indica que no necesariamente representan este tipo de rodal. Por otra parte, LONG (1985) da una regla general al indicar que aunque los valores de SDI varían para cada especie, la interpretación, si se utilizan valores relativos, es constante. Así define el 60 por 100 del SDI máximo ( $SDI_{\text{máx}}$ ) como el límite inferior del autoclareo y el 35% del SDI máximo como el límite inferior de la ocupación completa de la estación. Por tanto un régimen selvícola coherente debiera mantener las masas forestales en esta banda definida por 0,6  $SDI_{\text{máx}}$  y 0,35  $SDI_{\text{máx}}$ . DREW & FLEWELLING (1977) definen como existencias normales (que corresponden a la ocupación completa de la esta-

ción) a la media de las existencias de un gran número de rodales no intervenidos (antrópicamente o no). Sin embargo, cuando se dispone de un muestreo sistemático de unas masas determinadas no es ilógico pensar que el mayor SDI encontrado no estará lejos del SDI máximo, sobre todo si existe una abundante representación de parcelas poco o nada intervenidas selvícolamente.

TANG *et al.* (1994) modifican la relación [1] para aplicarla a masas que no ocupan totalmente la estación (Unfully Stocked Stands). En el caso de estos rodales la expresión de la tasa de autoclareo se modifica y queda como se expresa en [9].

$$[9] \frac{d\text{Log}N}{d\text{Log}D} = \beta_1 \times \left( \frac{S(t)}{Sf} \right)^\gamma$$

donde  $S(t)$  es el SDI para un rodal que no ocupa totalmente la estación,  $Sf$  es el SDI para un rodal que ocupa totalmente la estación, y  $\gamma$  es un parámetro que depende de la especie y que se define como índice de autoclareo.

Integrando la expresión [9] se obtiene:

$$[10] \text{Log}N = \text{Log}Sf - \frac{1}{\gamma} \times \text{Log} \left( \left[ \frac{D}{D_0} \right]^{\beta_1 \times \gamma} + \delta \right)$$

donde todos los símbolos utilizados son ya conocidos excepto,  $\delta$  que representa la constante de integración.

Al ser  $Sf$  constante para una densidad límite determinada independientemente del diámetro (BREDENKAMP & BURKHART, 1990) se puede ajustar la expresión [10] mediante regresión no lineal.

Si asumimos la hipótesis de ZEIDE (1995), expresada en [5], las expresiones [9] y [10] obtenidas por TANG *et al* (1994) se transforman por tanto en:

$$[9] \frac{d\text{Log}N}{d\text{Log}D} = (\beta_1 + \beta_2 \times H) \times \left( \frac{S(t)}{Sf} \right)^\gamma$$

$$[10] \text{Log}N = \text{Log}Sf - \frac{1}{\gamma} \times \text{Log} \left( \left[ \frac{D}{D_0} \right]^{(\beta_1 + \beta_2 \times H) \times \gamma} + \delta \right)$$

Hasta ahora todas las expresiones, relativas al SDI, que hemos estudiado se basan en un enfoque dinámico de la evolución del rodal. STERBA (1987) y STERBA y MONSERUD (1993), siguiendo a TADAKI (1963), ANDO (1968) y ANDO *et al.* (1968), a partir de rodales de la misma edad y de la misma calidad de la estación, y por tanto con la misma altura dominante, describen la relación entre la densidad en pies por ha y el diámetro medio cuadrático como:

$$[11] D = \frac{1}{A + B \times N}$$

donde  $N$  es el número de pies por hectárea,  $D$  es el diámetro medio cuadrático y,  $A$  y  $B$  son parámetros.

Para obtener el área basimétrica máxima que puede soportar una estación de una calidad determinada poblada por una masa de edad determinada, STERBA (1987) & STERBA y MONSERUD (1993) siguen el siguiente razonamiento. El área basimétrica ( $G$ ), en  $m^2/ha$ , puede expresarse como:

$$[12] G = \frac{\Pi}{4} \times N \times D^2$$

sustituyendo en la ecuación [12] por [11] tenemos:

$$[13] G = \frac{\Pi}{4} \times N \times \frac{1}{(A + N \times B)^2}$$

El número de pies/ha que hacen máxima el área basimétrica se obtiene derivando la expresión anterior [13]:

$$[14] \frac{dG}{dN} = \frac{\Pi}{4} \times \frac{A - B \times N}{(A + B \times N)^3}$$

e igualando a cero el resultado:

$$[15] N_{G_{max}} = \frac{A}{B}$$

donde,  $N_{G_{max}}$  es el número de pies por ha que hace máxima el área basimétrica de un rodal de edad y calidad de la estación determinada.

Si sustituimos  $N$  en la expresión [11] a partir de [15] obtenemos:

$$[16] D_{G_{max}} = \frac{1}{2A}$$

donde,  $D_{G_{max}}$  es el diámetro medio cuadrático que hace máxima el área basimétrica de un rodal de edad y calidad de la estación determinada.

Combinando [15] y [16] obtenemos el área basimétrica máxima ( $G_{max}$ ) que puede alcanzar un rodal de edad y calidad de la estación determinada.

$$[17] G_{max} = \frac{\Pi}{16AB}$$

Varios autores señalan que estos parámetros dependen de la altura dominante (ANDO, 1968, ANDO *et al.*, 1968, GOULDING, 1972), utilizándola como una escala de tiempo biológico.

$$[18] A = a_0 \times H_0^{a_1} \quad y \quad B = b_0 \times H_0^{b_1}$$

donde,  $H_0$  es la altura dominante y  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_0$  y  $b_1$  son parámetros.

Sustituyendo ahora en la expresión original [11] nos queda que:

$$[19] D = \frac{1}{a_0 \times H_0^{a_1} + b_0 \times H_0^{b_1} \times N}$$

Por tanto el área basimétrica máxima que puede alcanzar una masa de una edad determinada depende de su altura dominante (es decir de su calidad de estación).

A partir de la expresión [1] STERBA (1987) muestra que:

$$[20] N_{G_{max}} = C \times D^E$$

por otro lado de acuerdo con [16] y con [18]

$$[21] H_0 = (2a_0 D)^{-a_1}$$

y sustituyendo [18] y [21] en [15]

$$[22] N_{G_{max}} = \left[ \frac{a_0}{b_0} \right] \times [2a_0 D]^{(b_1/a_1) - 1}$$

por tanto los coeficientes  $C$  y  $E$  de la expresión [20] pueden escribirse como:

$$[23] C = \frac{a_0}{b_0} (2a_0)^E$$

$$[24] E = \frac{b_1}{a_1} - 1$$

Utilizando datos procedentes de ensayos de claras y de muestreos en masas de *Picea abies* en centroeuropa, STERBA (1987) concluye que el exponente  $E$  que hace máximo el SDI es igual a 1,737 y que el SDI<sub>máx</sub> es una buena medida de la densidad potencial y que está correlacionado con el nivel de producción de ASSMANN (1970).

Si aplicamos ahora el concepto de área basimétrica máxima a un modelo que estudie dinámicamente la evolución del rodal, por ejemplo el modelo [5] de ZEIDE (1995), obtenemos que las derivadas, igualadas a cero para buscar el máximo, de la expresión del área basimétrica respecto al número de pies por ha y al diámetro medio cuadrático son:

$$[25] N \left[ \frac{2}{\beta_2 \times H - \beta_1} \right] = 0$$

$$[26] D(\beta_2 \times H - \beta_1)^{-1} = 0$$

Es decir se trata de expresiones asintóticas que no presentan máximo (ni mínimo) y que sólo pueden obtenerse fijando unos valores de corte, lo que lleva aparejado un grado de subjetividad muy alto. En otras palabras si dibujamos las áreas basimétricas máximas obtenidas a partir de [17] frente a las alturas dominantes se obtiene una curva asintótica de acuerdo con la ley de rendimientos decrecientes (Figura 1).

**Ley de autoaclareo**

La ley de autoaclareo o ley de Yoda fue desarrollada empíricamente por TADAKI & SHIDEI (1959) y YODA *et al.* (1963), que trabajan con

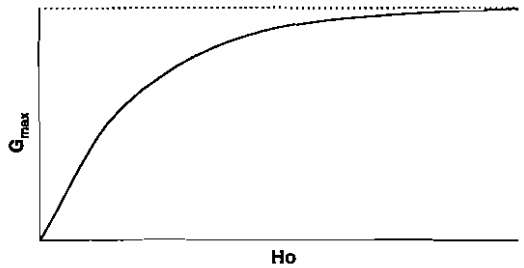


Fig. 1. Evolución del área basimétrica máxima del rodal respecto de la altura dominante, de acuerdo con la ecuación [19].

diferentes especies desde herbáceas hasta arbóreas en las que observaron que con bajas densidades iniciales apenas existía mortalidad pero que según aumentaba el tamaño de las plantas comenzaban a morir algunas alcanzando un máximo en el que la relación entre la densidad (expresada como el número de plantas por unidad de superficie) y el tamaño de la planta permanecía constante. Esta ley que fue introducida en la ciencia forestal occidental por DREW & FLEWELLING (1977), se basa en la relación entre el peso medio ( $w$ ) de los individuos de una comunidad vegetal y el número por unidad de superficie de los mismos ( $N$ ):

$$[27] w = C \times N^{-3/2}$$

donde  $C$  es la constante de proporcionalidad. Debido al valor empírico del exponente también es conocida como la ley de los tres medios. Esta ley se basa en dos hipótesis de partida: (1) la forma de las plantas de una misma especie es constante a lo largo de su desarrollo y (2) el autoaclareo tiene lugar cuando la espesura es completa.

A pesar de ser considerada una ley básica en ecología por algunos autores (HARPER 1977 y MACINTOSH 1980 en ZEIDE, 1987), la regla de los 3/2 ha sido discutida por muchos investigadores desde sus primeras aplicaciones en especies forestales. En uno de los primeros y más importantes trabajos sobre esta regla (DREW & FLEWELLING, 1977), ya se concluía que la ley sólo es válida cuando la espesura es completa y que por debajo de esta densidad también existe el autoaclareo, dando una línea paralela a la de máxima

densidad (línea de autoaclareo de Yoda) a partir de la cual la mortalidad es elevada. Basándose en esta idea de que la recta de los 3/2 es una asíntota del autoaclareo, SMITH & HANN (1984, 1985) desarrollaron un modelo de evolución del autoaclareo, cuya pendiente de máxima densidad o asíntota no era significativamente diferente de -1,05 para ninguna de las dos especies ensayadas, *Alnus rubra* Bong. y *Pinus resinosa* Ait.

ZEIDE (1985) indica que el exponente de la citada ley contradice el conocimiento existente sobre la morfología de los árboles, ya que si este exponente fuese cierto el diámetro de la copa al cuadrado sería proporcional a la proyección de la copa y el cubo del citado diámetro lo sería al peso o volumen del árbol.

Si en lugar de considerar  $w$  se considera el peso total de los individuos de la comunidad vegetal ( $W$ ), obtenido como el producto de  $w$  por el número de individuos por unidad de superficie, queda:

$$[28] W = C \times N^{-1/2}$$

Aunque el peso de las plantas y su volumen no son directamente proporcionales, el volumen puede ser utilizado si se asume que la relación peso/volumen es constante durante la fase de autoaclareo (SPRUGEL, 1984) por lo que en las dos expresiones anteriores puede sustituirse el peso por el volumen.

ZEIDE (1987) desarrolla teóricamente una relación entre el número de pies por ha en una masa forestal y su peso medio sin tener en cuenta condicionantes previos en cuanto a la forma que adopta dicha relación:

$$cw \propto N^{1/a}$$

$$cl \propto cw^b$$

$$cm \propto cw^c \times cl = cw^{b+c}$$

$$cm \propto w^d$$

por tanto,

$$[29] w \propto N^{-(b+c)/ad}$$

donde  $cw$  es la amplitud (diámetro) de la copa,  $cl$  es la longitud de la copa,  $cm$  es la masa de la copa,  $w$  es el peso del árbol y  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , y  $d$  son coeficientes.

Si las hipótesis de YODA *et al.* (1963) son correctas los citados coeficientes tomarán los siguientes valores:  $a$  será igual a 2 (o lo que es lo mismo la fracción de cabida cubierta igual a uno),  $d$  será igual a 1 (lo que significa que todos los individuos de una misma especie tienen una forma geométrica similar independientemente de la estación y de su estado de desarrollo),  $b$  será igual a 1 y  $c$  igual a 2. Siguiendo a ZEIDE (1987) estudiamos los valores que toman estos exponentes. Si el exponente  $a$  es igual a 2, el crecimiento de las copas debería cerrar los huecos abiertos en el dosel arbóreo por las muertes producidas durante la fase de autoaclareo, sin embargo se sabe que conforme los rodales se hacen más viejos es más difícil que los árboles en pie ocupen los huecos dejados por los árboles muertos. Por tanto el exponente  $a$  no es constante sino que varía con la edad llegando a ser mayor que 2 (lo que implica una fracción de cabida cubierta menor que 1). Por otra parte, como la superficie de copa es constante para cualquier amplitud de copa, cuando  $a$  es mayor que 2,  $b$  es mayor que 1. Además el coeficiente  $d$  debe ser menor que 1 porque la biomasa total del árbol (sobre el suelo) debe crecer más deprisa que la copa para poder soportar su peso. Por otra parte la constante  $c$  debe ser igual a 2 (ZEIDE, 1987). Estos valores de los coeficientes hacen variar la pendiente de la recta logarítmica descrita por YODA *et al.* (1963), así cuando  $b$  es mayor que 1,  $c$  igual a 2 y  $d$  es menor que 1 la pendiente es menor que -3/2 y por tanto la recta forma un ángulo mayor con el eje de abscisas, mientras que cuando  $a$  es mayor que 2 la recta tiende a formar un ángulo menor con el eje de abscisas. Se trata de dos efectos contrapuestos que para ZEIDE (1987) no se equilibran y menos en torno a una pendiente igual a -3/2. Pendientes menores que -3/2 son típicas de rodales densos creciendo en óptimas condiciones (WHITE & HARPER, 1970), mientras que las que son mayores que -3/2 corresponden a rodales en condiciones no óptimas asociadas con altas latitudes (LIEFFER & CAMPBELL, 1984), altas altitudes (SPRUGEL, 1984), aridez (SCHLESINGER & GILL, 1978) y otros problemas. Sin embargo, BARRETO (1994) explica las variaciones de la pendiente de esta recta logarítmica basándose en la parte de la biomasa utilizada en el análisis. Cuando se considera la biomasa del fuste la pendiente es igual a -3/2, en cambio estará entre -

1 y  $-3/2$  si se considera toda la biomasa sobre el suelo, la biomasa subterránea o la biomasa total; dado que la biomasa foliar se ha encontrado que es constante (OSAWA & ALLEN, 1993) la pendiente de la recta en este caso es igual a  $-1$ .

Basándose en datos provenientes de parcelas permanentes y de tablas de producción, ZEIDE (1987) llega a las siguientes conclusiones: (1) durante el periodo de autoaclareo, la línea descrita no es una recta sino una curva cóncava, (2) la pendiente de la línea no es constante, (3) en las mejores estaciones, donde la espesura es completa por más tiempo, la pendiente tiende a valores menores que 2 más lentamente que en las peores estaciones (lo que corrobora que cuando la estación es pobre la lucha intraespecífica por los nutrientes se inicia antes), (4) la ecuación de Reineke describe más precisamente la relación entre el tamaño de los árboles y el número de los mismos por unidad de superficie, porque el diámetro responde mejor a las variaciones en la densidad que el volumen, y (5) las tangentes a la línea de autoaclareo tienen una pendiente que crece desde menos infinito en las etapas jóvenes de rodal y, llegando a cero cuando la mortalidad equilibra el crecimiento del rodal que es positiva en la fase de senectud del rodal.

### Espaciamiento relativo o Índice de Hart-Becking

Este índice desarrollado por HART (1928) y BECKING (1953) se define como la relación entre la distancia de los individuos y la altura dominante de una masa forestal.

$$[30] S = \frac{a}{H_0} - 100$$

donde,  $S$  es el índice de Hart o de Hart-Becking, en porcentaje,  $a$  es la distancia entre individuos en metros y  $H_0$  es la altura dominante en metros.

El valor de  $a$  varía según se elija la distribución de los pies según marco real o al tresbolillo. Si suponemos una distribución a marco real tenemos que:

$$N \times a^2 = 10.000$$

$$[31] S = \frac{100^2}{H_0 \sqrt{N}}$$

Si en lugar de considerar una distribución en marco real consideramos una distribución en vértices de triángulos equiláteros, tenemos que el índice anterior se transforma así:

$$[32] S = \frac{a \times 100}{H_0} = \frac{100^2}{H_0} \sqrt{\frac{2}{N\sqrt{3}}}$$

Todos los rodales, cualquiera que sea su calidad de estación o edad, de una especie determinada tienden con el tiempo a un mínimo común índice de Hart-Becking (CLUTTER *et al.*, 1983). A pesar de que en España se ha utilizado extensamente en las tablas de producción (GARCÍA ABEJON, 1981; GARCÍA ABEJON & GÓMEZ LORANCA, 1984 y 1989); GARCÍA ABEJON & TELLA FERREIRO, 1986; GÓMEZ LORANCA, 1996; ROJO & MONTERO, 1996), proponiendo mantener el índice en torno a ciertos valores, que dependen de la especie, para mantener aproximadamente constante el crecimiento de los rodales (WILSON, 1946), ha sido poco estudiado a nivel internacional (BREDENKAMP Y BURKHART, 1990).

HARRISON & DANIELS (1988) utilizaron la primera derivada de  $S$  respecto de  $H_0$  para estudiar la densidad máxima de rodales de *Pinus taeda*. Si consideramos una distribución a marco real [31] esta derivada es igual a:

$$[33] \frac{dS}{dH_0} = \frac{100}{\sqrt{N}} \text{Log} H_0$$

cuando, para una altura dominante determinada,  $N$  hace que esta derivada se aproxime a cero indica que se acerca al límite biológico de la densidad del rodal (BREDENKAMP & BURKHART, 1990). Si sustituimos este valor de  $N$  en la recta de Reineke, o sus extensiones, podemos obtener el diámetro medio cuadrático correspondiente y a partir de ellos calcular el área basimétrica máxima.

### RELACIONES ENTRE LOS INDICES DE ESPACIAMIENTO

BREDENKAMP & BURKHART (1990) muestran que la ley del autoaclareo y la recta de Reineke

no presentan diferencias y que el índice de Hart-Becking y el SDI están relacionados a través de la proporcionalidad entre la altura y diámetro.

En el primer caso parte de la relación dada por OGAWA *et al.* (1961) que originalmente relaciona el peso y el diámetro normal pero que adopta la forma siguiente, de acuerdo con SPRUGEL (1984):

$$v \propto D^{2.5} \text{ o } v = a_1 \times D^{2.5}$$

como,

$$v = a_2 \times N^{-3/2}$$

tenemos que:

$$\text{Log} v = \text{Log} a_2 - \frac{3}{2} \text{Log} N = \text{Log} a_1 + 2.5 \times \text{Log} D$$

$$\text{Log} N = - \left( \frac{-2}{3} \right) \times (\text{Log} a_1 - \text{Log} a_2 + 2.5 \times \text{Log} D)$$

$$\text{Log} N = - \left( \frac{-2}{3} \right) \times (\text{Log} a_1 - \text{Log} a_2) - \frac{5 \times \text{Log} D}{3}$$

y por tanto,

$$\{34\} \text{Log} N = K - 1.6 \times \text{Log} D$$

En el segundo caso adoptan la relación [35] tomada de CURTIS (1970) obteniendo la expresión [36]:

$$\{35\} H = a \times D^{0.8}$$

$$\{36\} S = \frac{100/\sqrt{N}}{a \times D^{0.8}}$$

y por tanto,

$$N = \frac{10000}{S^2 \times a^2 \times (D^{0.8})^2} = 10000 \times S^{-2} \times a^{-2} \times D^{-1.6}$$

y tomando logaritmos se obtiene la expresión [37] que tiene la misma pendiente que la recta originalmente obtenida por Reineke [2].

$$\{37\} \text{Log} N = \text{Log} 10.000 + \text{Log} a^2 + \text{Log} S^{-2} - 1.6 \times \text{Log} D$$

## CONCLUSIONES

Tanto el índice de Reineke, el de Hart-Becking y ley de autoclareo expresan lo mismo, sin embargo la evolución del diámetro, el volumen y la altura con respecto a la edad y la densidad no siguen los mismos patrones. Por tanto es mejor estudiar la relación del número de pies con el diámetro medio cuadrático que con el volumen del árbol medio, al adaptarse mejor a la densidad de la masa.

Por otra parte: (1) la pendiente de Reineke no es constante para todas las especies, debiéndose estudiar en cada caso si varía o no la calidad y la edad, (2) el autoclareo se puede producir en una masa sin que ésta haya alcanzado la máxima densidad posible, siendo la recta obtenida para esta densidad la asíntota del autoclareo.

Un problema nada desdeñable es determinar la máxima densidad, o en su defecto el SDI máximo. Un planteamiento es aceptar como SDI máximo posible el SDI máximo que encontremos en un muestreo, sin embargo este planteamiento aunque útil no es correcto, pues sólo los datos procedentes de las parcelas testigo (sin claras) de ensayos de claras en las que aparece mortalidad natural pueden definir el SDI máximo e incluso los límites de autoclareo y ocupación completa de la estación. Este hecho hace que sea más difícilmente interpretable la abundante bibliografía sobre el tema y que incluso se discuta la validez de estos planteamientos.



## SUMMARY

A critical revision of forestry bibliography about the most important density indices is presented. Stand density index (SDI) or Reineke's index has been applied to numerous forestry species. Reineke's index has been applied to numerous forestry species. Reineke's equation parameters change with species, age, height, and site index. Power law of self-thinning is discussed in different studies, showing that the expression changes with the tolerance of the species and with stand age. Spacing, index or Hart-Becking index is not frequent in foreign bibliography. Nevertheless, it has been included due to its use in Spanish stand tables. On the other hand, the relationships between presented density indices are explained.

**Key Words:** Density indices. Reineke's equation. Power law of self-thinning. Relative spacing.

## BIBLIOGRAFIA

- ANDO T. 1968: «Ecological studies on the density control in even-aged stand». *Bull. Gov. For. Exp. Stn.* n.º 210, Tokio, 153 pp.
- ANDO T. *et al.* 1968: «Studies on the system of density control of sugi-stand». *Bull. Gov. For. Exp. Stn.* n.º 209, Tokio, 76 pp.
- ASSMANN E. 1970: *Principles of forest yield study*. McGraw-Hill book company. 502 pp.
- BARRETO L.S. 1994: «The clarification of the  $3/2$  power law using simulators SANDRIS and PINASTER». *Silva Lusitana* 2(1): 17-30.
- BECKING J.H. 1953: «Einige Gesichtspunkte für die Durchführung von Durchforstungsversuchen in gelichaltrigen Beständen». En: *Proc. 11th IUFRO-Congress*, Roma, pp. 580-582.
- BOURGENOT L. 1970: «Normes provisoires pour le chêne de qualité du secteur ligérien». *INRA-CNRF, Station de Sylviculture et de Production, Doc. 70/1* 13 pp.
- BREDEKAMP B.V. & BURKHART H.E. 1990: «An examination of spacing indices for *Eucalyptus grandis*». *Canadian Journal of Forest Research* 20: 1909-1916.
- CLUTTER J.L., FORTSON J.C., PIENAAR L.V., BRISTER G.H. & BAILEY R.L. 1983: *Timber management: a quantitative approach*. John Wiley and Sons, New York.
- CURTIS R.O. 1970: «Stand density measures: an interpretation». *Forest Science* 16: 403-414.
- DREW T.J. & FLEWELLING J.W. 1977: «Some recent Japanese theories of yield density relationships and their application to Monterey pine plantations». *Forest Science* 23: 517-534.
- FALKENGREN-GRERUP, U. & ERIKSSON H. 1990: «Changes in soil, vegetation and forest yield between 1947 and 1988 in beech and oak sites of southern Sweden». *Forest Ecology and Management* 38:37-53.
- FROTHINGHAM E.H. 1914: «White pine under forest management. *U.S. Dep. Agric. Bulletin*, 13.
- GARCÍA ABEJÓN J.L. 1981: *Tablas de producción de densidad variables para Pinus sylvestris L. en el Sistema Ibérico*. Comunicaciones INIA, Serie: Recursos Naturales, n.º 10, 47 pp Madrid.
- GARCÍA ABEJÓN J.L. & GÓMEZ LORANCA, J.A. 1984: *Tablas de producción de densidad variable para Pinus sylvestris L. en el Sistema Central*. Comunicaciones INIA, Serie: Recursos Naturales, n.º 29, 36 pp Madrid.
- GARCÍA ABEJÓN J.L. & GÓMEZ LORANCA, J.A. 1989: *Tablas de producción de densidad variable para Pinus pinaster Ait. en el Sistema Central*. Comunicaciones INIA, Serie: Recursos Naturales, n.º 47, 45 pp. Madrid.

- GARCÍA ABEJON J.L. & TELLA FERREIRO G. 198: *Tablas de producción de densidad variable para Pinus sylvestris L. en el Sistema Pirenaico*. Comunicaciones INIA, Serie: Recursos Naturales, nº 43, 28 pp. Madrid.
- GÓMEZ LORANCA J.A. 1996: *Pinus nigra Arn. en el Sistema Ibérico: Tablas de crecimiento y producción*. INIA-MAPA, 106 pp. Madrid.
- GOULDING C.J. 1972: *Simulation technique of a stochastic model of growth of Douglas-fir*. Ph. D. Thesis, Univ. of B.C., Vancouver. 185 pp.
- HARRISON W.C. & DANIELS R.F. 1988: «A new biomathematical model for growth and yield of loblolly pine plantations». En: *Forest growth modelling and prediction*. Vol 1. Edited by A.r. Ek, S.r. Shifley, T.e. Burk. USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. NC-120. pp. 293-304.
- HART H.M.J. 1928: *Stamtal en Dunning*. Tesis, Países Bajos.
- HYNYNEN J. 1993: «Self-thinning models for even-aged stands of *Pinus sylvestris*, *Picea abies* and *Betula pendula*». *Scandinavian Journal of Forest Research* 8: 326-336.
- LIEFFERS V.J. & CAMPBELL J.S. 1984: «Biomass and Growth of *Populus tremuloides* in northeastern Alberta: Estimates using hierarchy in tree size». *Canadian Journal of Forest Research* 14: 610-616.
- LONG J.N. 1985: «A practical approach to density management». *Forestry Chronicle* 61: 23-27.
- MONTERO G., ROJO A. & ELENA R. 1996: «Case studies of growing stock and height growth evolution in spanish forests». pp. 313-328. En: SPIECKER, H., MIELIKÄINEN, K., KÖHL, M., SKOVSGAARD, J.P. (eds.) *Growth trends in european forests* 372 pp. Springer, Berlin.
- OGAWA H., YODA K. & KIRA T. 1961: «Allometric theory explains self-thinning relationships of mountain beech and red pine». *Ecology* 74(4): 1020-1032.
- OSANA A., ALLEN R. B. 1993: «Allometric theory explains self-thinning relationships of mountains beech and red pine». *Ecology* 74(4): 1020-1032.
- OSWALD H. 1981: «Models de sylviculture et normes de densité». pp 339-345. En: TEISSIER DU CROS (coord.). *Le Hêtre* INRA, Paris 613 pp.
- REINEKE L.H. 1933: «Perfecting a stand-density index for even-aged forests». *J. Agric. Res.* 46(7): 627-637.
- ROJO A. & MONTERO G. 1996. *El pino silvestre en la sierra de Guadarrama*. MAPA, 293 pp, Madrid.
- SCHLESINGER W.H. & GILL, D.S. 1978: «Demographic studies of the chaparral shrub, *Ceanothus megacarpus*, in the Santa Ynez mountains, California». *Ecology* 59: 1256-1263.
- SMITH N.J. & HANN D.W. 1984: «A new analytical model based on the -372 power rule of self-thinning». *Canadian Journal of Forest Research* 14: 605-609.
- SMITH N.J. & HANN D.W. 1985: «A growth model based on the self-thinning rule». *Canadian Journal of Forest Research* 16: 330-334.
- SPRUGEL D.G. 1984: «Density, biomass, productivity, and nutrient cycling changes during stand development in wave-regenerated balsam fir forests». *Ecol. Monogr.* 54 (2): 165-186.
- STERBA H. 1987: «Estimating potential density from thinning experiments and inventory data». *Forest Science* 33: 1022-1034.
- STERBA H. & MONSERUD R.A. 1993: «The maximum density concept applied to unevenaged mixed-species stands». *Forest Science* 39: 432-452.

- TADAKI Y. 1963: «The pre-estimating of stem yield, based on the competition-density effect». *Bull. Gov. For. Exp. Stn.* nº 154, Tokio, 19 pp.
- TADAKI Y. & SHIDEI T. 1959: «Studies on the competition of forest trees. II. The thinning experiment on small model stand of Sugi (*Cryptomeria japonica*) seedlings». *J. Jpn. For. Soc.* 41: 341-349.
- TANG S., MENG C.H., MENG F-R. & WANG Y.H. 1994: «A growth and self-thinning model for puer even-age stands: theory and applications». *Forest Ecology and Management* 70: 67-73.
- WEST P.W. 1983: «Comparison of stand density measures in even-aged regrowth eucalypt forest of southern Tasmania». *Canadian Journal of Forest Research* 13: 22-31.
- WILSON F.F. 1946: «Numerical expression of stocking in terms of height». *J. For.* 44(10): 758-761.
- WHITE J. & HARPER J.L. 1970: «Correlated changes in plant size and number in plant populations». *J. ecol.* 58: 467-485.
- YODA K., KIRA T., OGAWA H. & HOZUMI K. 1963: «Intraespecific competition among higher plants. XI. Self thinning in over-crowded pure stands under cultivated and natural conditions». *J. Biol. Osaka city Univ*, 14: 107-129.
- ZEIDE B. 1985: «Tolerance and self-tolerance of trees». *Forest Ecology and Management* 13: 517-537.
- ZEIDE B. 1987: «Analysis of the 3/2 power law of self-thinning». *Forest Science* 33(2): 517-537.
- ZEIDE B. 1995: «A relationship between size of frees and their number». *Forest Ecology and Management* 72: 265-272.
- ZEIDE B. & ZAKRZEWSKI W.T. 1992: «Selection of site-trees: the combined method and its application». *Canadian Journal of Forest Research* 23: 1019-1025.